Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Test 14

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că numerele $\log_3 5$, $\sqrt{2}$ și $\log_5 9$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.

5p **2.** Se consideră o funcție $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$. Demonstrați că funcția $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)-f(-x)$ este impară.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x+3^{\frac{1}{2}-x}=1+\sqrt{3}$.

5p **4.** Determinați termenul care îl conține pe x^{10} din dezvoltarea $\left(x^3+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{20}$, unde $x\in\mathbb{R}^*$.

5p **5.** În planul triunghiului ABC se consideră punctul G, astfel încât $3\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$. Demonstrați că G este centrul de greutate al triunghiului ABC.

5p **6.** Determinați $x\in(0,\pi)$, știind că $\sin 2x-3\sin x-2\cos x+3=0$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3&-1&-1\\-1&1&0\\-1&0&1\end{pmatrix}$ și $M(m)=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&m&1\\1&1&m\end{pmatrix}$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=1$.

5p **b)** Demonstrați că, pentru orice număr real m, rangul matricei $M(m)$ este diferit de 2.

5p **c)** Determinați numărul real m, $m\neq 1$, știind că inversa matricei $M(m)$ este matricea A.

2. Pe mulțimea numerelor complexe se definește legea de compoziție $z_1\circ z_2=z_1+z_2+z_1z_2$.

5p **a)** Arătați că $(1+i)\circ(2-i)=6+i$.

5p **b)** Demonstrați că numărul $z\circ\overline{z}$ este număr real, pentru orice număr complex z.

5p **c)** Determinați numerele complexe z pentru care $z\circ z=-2$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{2(x-1)(x+1)}{(x^2+x+1)(x^2-x+1)}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(f(1)+f(2)+\ldots+f(n)+2\ln n\right)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2+1}{e^x}$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 e^x f(x)\,dx=\frac{4}{3}$.

5p **b)** Calculați $\int_0^1 f(-x)\,dx$.

5p **c)** Determinați numerele reale a și b, știind că funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=e^{-x}\left(-x^2+ax+b\right)$ este o primitivă a funcției f.